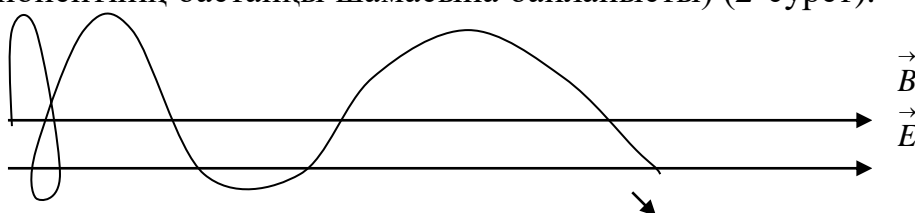


## Лекция №2. Зарядталған бөлшектердің біртекті электр және магнит өрісіндегі қозғалысы

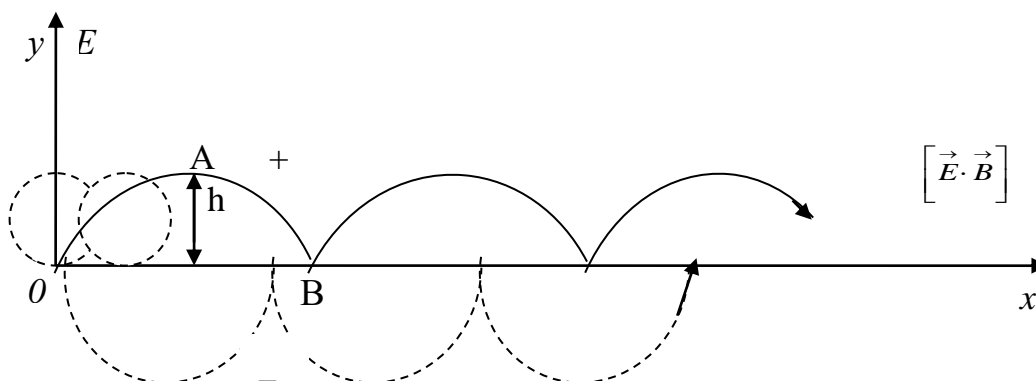
Зарядталған бөлшектердің аралас түрдегі өрістерде, яғни бірауқытта магнит өрісі мен электр өрістері қатар әсер еткендегі жағдайды қарастырамыз. Алдымен, магнит және электр өрістері біртекті болсын. Егер электр өрісі магнит өрісіне параллель бағытталса, онда ол бөлшекті өзінің бағыты бойымен магнит өрісі жоқ сияқты үдетеді немесе әлсіретеді.

Сонымен қатар  $\vec{v}$ -ға перпендикуляр жазықтықта бөлшектердің қозғалысы көлденең бағыттағы электр өрісі әсерінен ешқандай өзгермейді. Сондықтан бұл жағдайда бөлшектердің траекториясы біртіндеп созылатын орамдық сызықты болады (электр өрісінің бағыты мен жылдамдықтың көлденең компонентінің бастапқы шамасына байланысты) (2-сурет).



2 - сурет. Зарядталған бөлшектің бағыттары сәйкес келетін магнит және электр өрістері әсерінен қозғалысы.

Егер  $\vec{v}$  магнит өрісі  $\vec{E}$  электр өрісіне перпендикуляр болса, мүлдем басқа көріністі аламыз. Бастапқы уақытта бөлшек  $O$  нүктесінде тұрсын делік (3-сурет) және оның жылдамдығы нөлге тең болсын. Ол  $y$  осі бойымен электр өрісінің әсерінен үдейді. Бөлшектердің жылдамдығы артқанына қарай оған магнит өрісі тарапынан әсер ететін күш те артады, себебі күш те жылдамдыққа пропорционал. Күш бөлшекті ауытқытады және оның жолы  $x$  осіне қарай қисаяды.



3 – сурет. Зарядталған бөлшектердің айқас өрістерде циклоид бойынша қозғалысы. Магнит өрісі сурет жазықтығына перпендикуляр. Электр өрісі төменнен жоғарыға қарай бағытталған.

Траекторияның біртіндеп қисаюы белгілі уақыттан кейін бөлшектің  $y$  шамасының азаю бағытына кері қарай қозғалуына әкеледі. Бұл уақыт мезгіліне  $A$  нүктесі сәйкес келеді.  $A$  нүктесінен  $B$  нүктесіне дейінгі траектория бөлігінде бөлшектің жылдамдығы электр өрісінде тежелуінен азаятын болады. Бөлшек абсцисса өсіне қайтқанда, ол нөлге тең болады. Одан кейін қайтадан тежелу фазасын алмастыратын үдету процесі басталады және т.с.

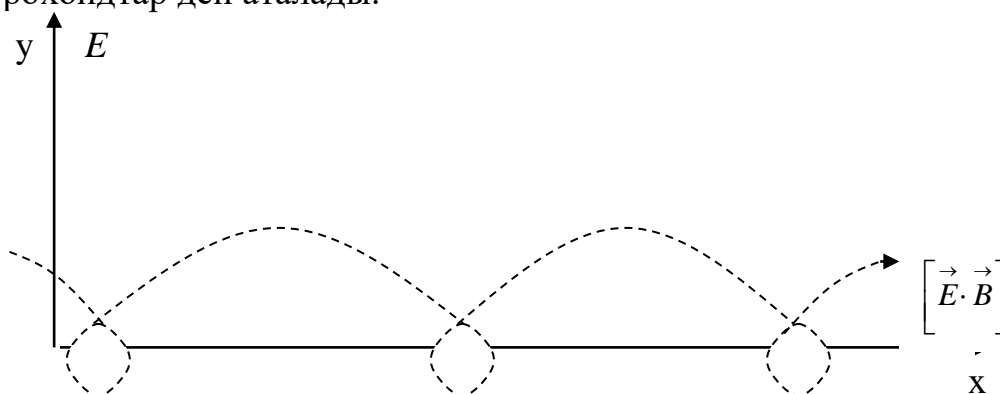
Яғни, бөлшектің траекториясы периодты түрде қайталанатын бірдей жарты шеңберлерден тұрады. Әр жеке жарты шеңбер геометриялық түрде белгілі қисықты- циклоидты береді, оның биіктігі мынаған тең  $h = \frac{2mE}{qB^2}$ , ал

әр циклоид бойымен қозғалған бөлшекке кеткен уақыт  $\frac{2\pi m}{qB^2}$  тең, яғни

шамасы жағынан лармор шеңбері бойымен айналыс периодына сәйкес келеді. Осындай аралас өрістер әсерінен теріс зарядты бөлшек те қайталанатын циклоидтан тұратын жолмен қозғалады. Мұндай траектория 3-суретте үзік сызықтармен көрсетілген. Қарап отырсақ, әр таңбадағы бөлшектер үшін өстің бойымен орын ауыстыру бағыттары бірдей екенін байқаймыз. Ион немесе электронның циклоид бойынша қозғалысы  $\frac{1}{2}h$

радиусты шеңбер бойымен айналу мен  $x$  осінің бойымен  $E/V$  жылдамдықпен ілгерлемелі орын ауыстырудың қосындысына тең. Бұл ілгерлемелі қозғалыстың жылдамдығы  $\mathcal{V}$  барлық бөлшектер үшін заряды мен массасына тәуелсіз бірдей болады. Ол  $\vec{E}$ -ге де,  $\vec{B}$ -ға да перпендикуляр және  $[\vec{E} \cdot \vec{B}]$  бағытына бағыттас болады.

Қандай-да бір  $\mathcal{V}_0$  бастапқы жылдамдығы бар бөлшектің қозғалысын қарастырайық. Жалпы жағдайда, бөлшектер 4-суретте көрсетілген қисықтар тобына жататын траектория бойымен қозғалады. Мұндай траекториялар трохоидтар деп аталады.



4 – сурет. Бөлшектердің айқас өрістердегі трохоидты қозғалысы.

Трохоид бойынша қозғалысты айналу және  $x$  өсі бойымен орын ауыстыру деп жіктеуге болады. Ілгерлемелі қозғалыс жылдамдығы кез-келген жағдайда  $E/B$ -ға тең. Сондықтан  $\vec{E}$  мен  $\vec{B}$  айқас (өзара перпендикуляр) өрістерде зарядталған бөлшектер  $\vec{B}$  бағытымен бұранда сызық бойынша қозғалыстан басқа қосымша электрлік дрейфке ұшырап, ол магнит өрісінің күш сызықтарына көлденең бағытта қозғалады.

Қозғалыс теңдеуі (2) мына түрде жазылады:

$$m \frac{d\vec{\mathcal{G}}}{dt} = q \left( \vec{E} + \vec{\mathcal{G}} \times \vec{B} \right) \quad (13)$$

$xz$  жазықтығында болатындай етіп  $\vec{E}$  өрісінің бағытын таңдап аламыз, яғни  $E_y = 0$ .

Осы теңдеудің  $z$  проекциясын жазсақ,

$$\frac{d\mathcal{G}_z}{dt} = \frac{q}{m} E_z,$$

$$\text{мынаны аламыз} \quad \mathcal{G}_z = \frac{qE_z}{m} t + \mathcal{G}_{z0} \quad (14)$$

Бұл теңдік  $\vec{B}$  өрісі бойымен тұрақты үдеумен болатын қозғалысты сипаттайды. Теңдеудің көлденең проекциясы мына түрде жазылады

$$\frac{d\mathcal{G}_x}{dt} = \frac{q}{m} E_x \pm \omega_L \mathcal{G}_y, \quad \frac{d\mathcal{G}_y}{dt} = 0 \mp \omega_L \mathcal{G}_x$$

(15)

Дифференциалдасақ, мынаны ( $\vec{E}$  тұрақты болғанда) аламыз:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathcal{G}}_x &= -\omega_c^2 \mathcal{G}_x, \\ \ddot{\mathcal{G}}_y &= \mp \omega_c \left( \frac{q}{m} E_x \pm \omega_c \mathcal{G}_y \right) = -\omega_c^2 \left( \frac{E_x}{B} + \mathcal{G}_y \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Соңғы теңдеуді мына түрде жазсақ та болады:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( \mathcal{G}_y + \frac{E_x}{B} \right) = -\omega_c^2 \left( \mathcal{G}_y + \frac{E_x}{B} \right)$$

Сондықтан, егер (16) теңдеудің екіншісінен  $\mathcal{G}_y + (E_x/B)$ -ті  $\mathcal{G}_y$ -пен алмастырсақ, онда ол (8) теңдеудің соңғысына әкеледі. Ал (10) теңдеудің түрі мынадай болады

$$\mathcal{G}_x = \mathcal{G}_\perp \exp(i\omega_c t), \quad \mathcal{G}_y = \pm \mathcal{G}_\perp \exp(i\omega_c t) - (E_x/B) \quad (17)$$

Электр өрісінде дрейф жылдамдығы  $\vec{g}_E$  үшін жалпы формуланы алу үшін, (13) теңдеуді векторлы түрде шешу керек. Бұл теңдеудің  $m d\vec{g}/dt$  мүшесін алып тастауға болады, себебі ол тек  $\omega_L$  жиілікпен дөңгелектік қозғалысты сипаттайды. Олай болса, (13) теңдеу мына түрде жазылады

$$\vec{E} + \left[ \vec{g} \cdot \vec{B} \right] = 0 \quad (18)$$

Векторлы түрде  $\vec{B}$  көбейтсек

$$\left[ \vec{E} \cdot \vec{B} \right] = \left[ \vec{B} \cdot \left[ \vec{g} \cdot \vec{B} \right] \right] = \vec{g} B^2 - \vec{B} \left( \vec{g} \cdot \vec{B} \right) \quad (19)$$

бұл теңдеудің көлденең компоненттерін былай жазамыз

$$\vec{g}_{E\perp} = \vec{E} \times \vec{B} / B^2 \equiv \vec{g}_E \quad (20)$$

Осы жылдамдықтың шамасы

$$g_E = \frac{E(B/m)}{B(Tл)} \quad m/c \quad (21)$$

өрнекпен анықталады.

Соңғы формуладан  $\vec{g}_E$  -нің  $q$ ,  $m$  және  $g_{\perp}$  -дан тәуелді емес екенін аңғаруға болады. Оны келесі физикалық суреттемеден түсіндірсек болады. Өз орбитасының бірінші жарты айналымында оң зарядталған ион электр өрісінен энергия алады да,  $g_{\perp}$  артады, олай болса  $r_L$  да артады. Екінші жарты айналымда ион энергиясын жоғалтады да,  $r_L$  кемиді. Орбитаның оң және сол жақ бөліктеріндегі  $r_L$ -дің айырмашылығы  $g_E$  жылдамдықпен дрейфті тудырады. Теріс зарядталған электрон қарама-қарсы бағытта қозғалады, бірақ ол өрістен энергияны ион қозғалатын бағытқа қарама-қарсы бағытта қозғалғанда алады. Сондықтан электрон дрейфі ионның дрейфі бағытында болады. Массалары әр түрлі, бірақ жылдамдықтары бірдей болатын бөлшектердің ішіндегі жеңілінің  $r_L$ -і аз болады, олай болса, бір айналымдағы дрейф аз болады. Алайда, жеңіл бөлшектің айналу жиілігі көп болады да, екі эффект бір-бірін теңестіреді. Бірдей массалы, бірақ әр түрлі энергиялы екі бөлшектің  $\omega_L$  жиілігі бірдей болу керек. Өте баяу қозғалатын зарядталған бөлшектің  $r_L$ -і аз болады, сондықтан бір айналымда электр өрісінен аз энергия алады. Бірақ аз энергиялы бөлшектің  $r_L$ -дегі салыстырмалы өзгерісі берілген энергияның өзгерісінде үлкен болады да, тағы да екі эффект бір-бірін теңестіреді.